

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA MATHEMATICS AND MECHANICS

<https://doi.org/10.36719/2789-6919/43/122-129>

Тахир Мамедов

Гянджинский Государственный Университет
доктор философии математических наук
<https://orcid.org/0009-0002-9546-3683>
tahir.mammadov@gdu.edu.az

Эльчин Джавадов

Гянджинский Государственный Университет
доктор философии технических наук
<https://orcid.org/0009-0002-8868-9617>
elcin.cavadov@gdu.edu.az

Тарана Вердиева

Гянджинский Государственный Университет
доктор философии технических наук
<https://orcid.org/0009-0009-8595-2644>
tarana.verdiyeva@gdu.edu.az

Гульчин Гараева

Гянджинский Государственный Университет
диссертант
<https://orcid.org/0009-0005-8059-7453>
gulcin.qarayeva@gdu.edu.az

Задача о сморщивание вязкоупругой нити при нормальном ударе клином

Резюме

В статье исследуется задача о поперечном ударе клина по линейному вязкоупругому валу. Задача изучается в режиме, превышающем скорость звука, а также изучается натяжение нити, ее состояние до и после разрыва. Если после удара вязкоупругая нить рвется в месте удара, то нить сморщивается вдоль поверхности ударяющегося объекта, т. е. выяснено, что вязкоупругая нить имеет вид складок в области от точки разрыва до точки поворота.

Исследования показали, что скорость фронта «складки» вязкоупругой нити меньше скорости фронта «складки» соответствующей линейно-упругой нити. Это означает, что длина области «складки» в линейной вязкоупругой нити больше, чем длина области «складки» в соответствующей линейной эластичной нити. Также было установлено, что скорость острой сдвиговой волны в вязкоупругой нити меньше скорости острой сдвиговой волны в линейной упругой нити. То есть свойство вязкости замедляет скорость волны. Найдено аналитическое решение задачи для случая, когда на фронте резкой сдвиговой волны образуется «складка». Здесь также изучался вопрос взаимодействия упругих волн, образование новых областей в результате взаимодействия упругой волны с ребром ударяющегося клина, взаимодействие упругой волны с границей морщины.

Ключевые слова: клин, трещина, гибкая нить, поперечный удар, сверхзвуковой режим, вязкоупругая нить

Tahir Məmmədov

Gəncə Dövlət Universiteti
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
<https://orcid.org/0009-0002-9546-3683>
tahir.mammadov@gdu.edu.az

Elçin Cavadov

Gəncə Dövlət Universiteti
texnika üzrə fəlsəfə doktoru
<https://orcid.org/0009-0002-8868-9617>
elcin.cavadov@gdu.edu.az

Təranə Verdiyeva

Gəncə Dövlət Universiteti
texnika üzrə fəlsəfə doktoru
<https://orcid.org/0009-0009-8595-2644>
tarana.verdiyeva@gdu.edu.az

Gülçin Qarayeva

Gəncə Dövlət Universiteti
dissertant
<https://orcid.org/0009-0005-8059-7453>
gulcin.qarayeva@gdu.edu.az

Pazla normal zərbə zamanı özlü elastik sapın büzüşməsi məsələsi

Xülasə

Məqalədə xətti özlü elastik sapa pazla eninə zərbə məsələsi araşdırılmışdır. Məsələ səs sürətindən böyük rejimdə tədqiq olunur, həmçinin sapın gərginlik vəziyyəti, onun qırılana qədər və qırılmadan sonrakı vəziyyəti tədqiq olunmuşdur. Özlü elastik sap zərbədən sonra zərbə nöqtəsində qırılsasa, sap vuran cismin səthi boyu bürüşür, yəni qırılma nöqtəsindən dönmə nöqtəsinə qədər olan oblastda özlü elastik sapın bürüşmə formasında olması aydınlaşdırılmışdır.

Tədqiqatlar göstərmişdir ki, özlü elastik sapın “qırışma” cəbhəsinin sürəti uyğun xətti elastik sapın “qırışma” cəbhəsinin sürətindən kiçikdir. Bu isə o deməkdir ki, xətti özlü elastik sapda “qırışma” oblastının uzunluğu uyğun xətti elastik sapdakı “qırışma” oblastının uzunluğundan böyükdür. Həmçinin müəyyən olunmuşdur ki, özlü elastik sapda kəskin kəsilmə dalğasının sürəti, xətti elastik sapdakı kəskin kəsilmə dalğasının sürətindən kiçikdir. Yəni, özlülük xüsusiyyəti dalğanın sürətini tormozlandırır. Kəskin kəsilmə dalğası cəbhəsində “qırışma” yaranan hal üçün məsələnin analitik həlli tapılır. Burada elastik dalğaların görüşməsi, elastik dalğanın vuran pazın tını ilə təsirindən, elastik dalğanın düzəlmə-qırışma sərhəddi ilə görüşməsi nəticəsində yeni oblastların yaranması məsələsi də tədqiq olunmuşdur.

Açar sözlər: paz, qırılma, çəvik sap, eninə zərbə, səs sürətindən böyük rejim, özlü elastik sap

Tahir Mammadov

Ganja State University
PhD in mathematics
<https://orcid.org/0009-0002-9546-3683>
tahir.mammadov@gdu.edu.az

Elchin Javadov

Ganja State University
PhD in technique
<https://orcid.org/0009-0002-8868-9617>
elcin.cavadov@gdu.edu.az

Tarana Verdiyeva

Ganja State University

PhD in technique

<https://orcid.org/0009-0009-8595-2644>

tarana.verdiyeva@gdu.edu.az

Gulchin Garayeva

Ganja State University

PhD student

<https://orcid.org/0009-0005-8059-7453>

gulcin.qarayeva@gdu.edu.az

Problem on Vinkling of Viscoelastic Thread During Normal Blowing by a Wedge

Abstract

The article investigates the problem of transverse impact of a linear viscoelastic rod with a wedge. The problem is studied in a regime greater than the speed of sound, and the state of tension of the rod, its state before and after breaking, are also studied. If the viscoelastic rod breaks at the point of impact after impact, the rod wrinkle along the surface of the striking object, that is, it is clarified that the viscoelastic rod is in the form of a wrinkle in the region from the point of breakage to the point of inflection.

Studies have shown that the speed of the “wrinkle” front of a viscoelastic thread is less than the speed of the “wrinkle” front of a corresponding linear elastic thread. This means that the length of the “wrinkle” region in a linear viscoelastic thread is greater than the length of the “wrinkle” region in a corresponding linear elastic thread. It has also been determined that the speed of a sharp shear wave in a viscoelastic thread is less than the speed of a sharp shear wave in a linear elastic thread. That is, the viscosity property slows down the speed of the wave. An analytical solution to the problem is found for the case where a “wrinkle” appears on the sharp shear wave front. Here, the issue of the formation of new regions as a result of the meeting of elastic waves, the impact of the elastic wave with the edge of the impacting wedge, and the meeting of the elastic wave with the smoothing-wrinkle boundary was also studied.

Keywords: *wedge, break, flexible, thread, cross floro, supersonic, subsonic*

Введение

В работе исследована линейная упругая автомодельная задача, когда заточкой излома возникает сморщивание нити при поперечном ударе для сверхзвукового движения. В данной работе будем рассматривать не автомодельную задачу о нормальным ударе клином с постоянной скоростью по гибкой линейно-вязкой упругой нити (типа Максвелла).

Показано влияние вязкостных свойств материала на скорость распространения фронта распрямления и напряжённое состояние нити в области возмущения.

Исследование

1. Рассмотрим задачу о нормальном ударе клином по линейно-вязкоупругой (типа Максвелла) нити. Считаем что, прогибная часть нити облегает к клину (Муталлимов, 2001) и скорость волны сильного разрыва (точка излома) больше скорости звука в нити.

В плоскости (V, γ) (рис1) представлены области определения деформации, скорость частицы и напряжение за точкой излома в процессе удара (Муталлимов, 2001). Здесь V - скорость удара, γ -угол между щекой клина и начальным направлением нити

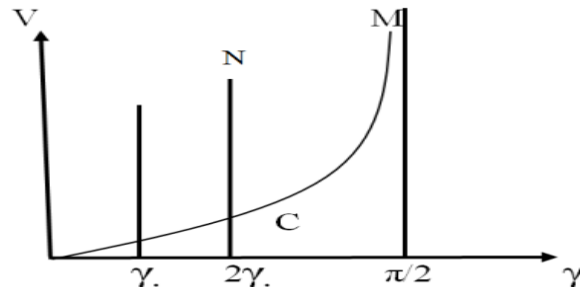
Рис. 1

Мы исследуем случай когда на волне сильного разрыва при сверхзвуковом режиме в области выше линии OM и правее

$$\gamma = 2\gamma_* \quad (1.1)$$

Имеем условия (Муталлимов, 2001)

$$\left. \begin{aligned} v &= V \cos(tg\gamma - tg\gamma_*) \\ \varepsilon &= \sin \gamma (tg\gamma_* - tg(\gamma/2)) < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$



$$\sigma_1 = 0 \quad (1.3)$$

где $\mu_* = tg\gamma$ - коэффициент трения в точке излома.

Этот режим соответствует процессу соударения, при котором за точкой излома элементы нити сморщиваются на щеке клина и собираются в «гармошку», но это происходит при нулевых напряжениях (форма (1,3)). Отметим, что при этом уже нельзя пользоваться связью между напряжением и деформацией (Мамедов, 2009). Геометрическая схема движения показана на рис.2. Таким образом при сверхзвуковом режиме за фронтом волны сильного разрыва (заточкой излома A) элементы нити сморщиваются, точка B - является фронтом волны распрямления скорость которого заранее неизвестна, от точки удара O до фронта на распрямления B нить растянута. Вводим обозначения в виде I и II.

Область I- область OB ; Область II - область BA . На рис. 2 ось x совпадает с первоначальным положением нити. Скорость частицы нити (скорость сечения нити) v направлена вдоль клина от точки O к точке B .

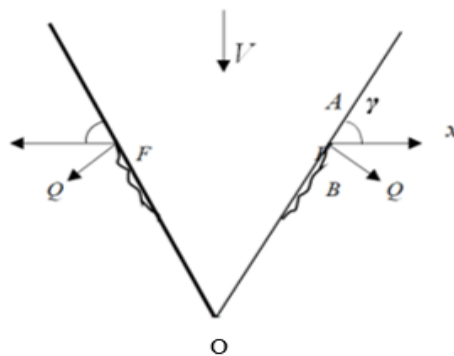


Рис. 2

Материал нити в области I (OB) подчиняется линейно- вязкоупругому закону Максвелла и имеет вид (Rahmatulin,1961).

$$\sigma + \frac{E}{\mu} \dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} \quad (1.4)$$

или

$$\sigma = E \left(\varepsilon - k_1 e^{-k_1 r} \int_0^1 e^{k_1 r} \varepsilon(\tau, x) d\tau \right) \quad (1.5)$$

где, σ - нормальное напряжение в нити, ε - деформация; μ - коэффициент вязкости; E - модуль Юнга.

$k_1 = \frac{E}{\mu}$; ε и σ производные времени от деформации и напряжения соответственно.

Уравнения движения в области OB (Рис.2)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (1.6)$$

с учётом соотношения (1.5) примет вид

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$a_0^2 = \frac{E}{\rho}; k_0 = \frac{\rho}{\mu}$$

Здесь ρ – плотность материала нити, t – время; a_0 – скорость звука в упругой нити, u , x – эклероваи лангранжева координаты сечения нити.

Параметры в области II (BA) будет отмечать индексом «2», а в области I (OB) индексом «1».

Отметим, что граница раздела области со сморщиванием и область, где нить вновь растянута, (Мамедов, 2006) заранее не известна, и она определяется в ходе решения задачи, так как задача не автомодельная, представим эту неизвестную границу уравнением

$$x = x_*(t) \quad (1.8)$$

Также на фронте распрямления $x = x_*(t)$ должен удовлетворяться закон изменения количества движения и условия непрерывности функции смещения $u(x, t)$ в виде.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \dot{x}(t)(v_2 - v_1) \quad (1.9)$$

$$v_2 - v_1 = \dot{x}(t)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (1.10)$$

Условия в точке удара будет

$$u(x, t) = 0 \quad \text{при } x = 0 \quad (1.11)$$

Таким образом в области $x_*(t) < x \leq tV_{ctg\gamma}$ (область II) решения выражаются формулами (1.2), а для получения решения задачи в области $1 - 0 \leq x < x_*(t)$ нужно решить уравнение движения (1.7) с условиями (1.9), (1.10), (1.11).

2. Уравнение движения (1.7) представим безразмерном виде

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{t}^2} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} - \bar{k} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \quad (2.1)$$

где

$$\bar{u} = \frac{u}{R}; \bar{x} = \frac{x}{R}; \bar{t} = \frac{a_0 t}{R}; \bar{k} = \frac{E}{\mu} \frac{R}{a_0}$$

В дальнейшем чёрточки над буквами опускаем для получения решения уравнения (2.1), представим функцию $u(x, t)$ в виде разложения по малому параметру $k(k \ll 1)$

$$u_1 = u_1^0 + k u_1^{(1)} + k^2 u_1^{(2)} + \dots \quad (2.2)$$

Ограничимся рассмотрением двух первых членов в правой части (2.1)

Функции u_1^0 , $u_1^{(1)}$ представим в виде

$$u_1^0 = a_{01}(t - x) + b_{01}(t + x)$$

$$u_1^{(1)} = a_{11}(t - x)^2 + b_{11}(t + x)^2 - \frac{1}{4}(a_{01} + b_{01})(t^2 - x^2) \quad (2.3)$$

a_{01} , b_{01} , a_{11} , b_{11} неизвестные константы и определяться из граничных условий.

Фронт распределения неизвестной функции $x_*(t)$, также представим в виде разложения по малому параметру k в виде

$$x_*(t) = \omega_0 t + k\omega_1 t^2 + \dots \quad (2.4)$$

Здесь все параметры безразмерные, ω_0 , ω_1 неизвестные константы и подлежат определению.

3. Используя граничные условия (1.11) в точке удара, т.е. учитывая решение (2.2). (2.3) в условии (1.11) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях k для определения неизвестных коэффициентов a_{01} , b_{01} , a_{11} , b_{11} получим выражения в виде

$$\begin{aligned} a_{01} &= -b_{01} \\ a_{11} &= -b_{11} \end{aligned} \quad (3.1)$$

тогда решение задачи в области $I - 0 \leq x < x(t)$ примет вид

$$u_1(x, t) = 2b_{01}x + k4b_{11}xt \quad (3.2)$$

Используя разложение по k для деформации и напряжения в области I соответственно получим следующие формулы

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} - 1 = \varepsilon_1^{(0)} + k4b_{11}t \quad (3.3)$$

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 - k\varepsilon_1^{(0)}t\varepsilon_1^{(0)}(1 - kt) + k4b_{11}t \quad (3.4)$$

Скорость сечения нити в этой области выражается в виде

$$v_1 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = k4b_{11}x \quad (3.5)$$

Теперь подставляя (1.2), (1.3), (2.4), (3.4), (3.5) условиях (1.9), (1.10), приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях k получаем следующую систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов (Мамедов, 2006)

$$2b_{01}\omega_0 = (1 + \varepsilon_2)\omega_0 + v_2 \quad (3.6)$$

$$2b_{01}\omega_1 = 4b_{11}\omega_0 = (1 + \varepsilon_2)\omega_1 \quad (3.7)$$

$$\omega_0 v_2 = 2b_{01} - 1 \quad (3.8)$$

$$2v_2\omega_1 - \omega_0^2 4b_{11} = -(2b_{01} - 1) + 4b_{11} \quad (3.9)$$

Из уравнения (3.6) и (3.8) определяются неизвестные коэффициенты ω_0 , b_{01} в виде

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{2v_2}\right)^2 + 1} + \frac{\varepsilon_2}{2v_2} > 0; \quad (\varepsilon_2 < 0); \quad (3.10)$$

$$b_{01} = (1 + v_2\omega_0)/2; \quad \frac{\omega_0}{a_0} < 1 \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{11}^{(0)} = 2b_{01} - 1 > 0 \quad (3.12)$$

Из уравнения (3.7) и (3.9) неизвестные коэффициенты ω_1 , b_{11} находятся в виде

$$\omega_1 = \frac{-\varepsilon_1^{(0)}\omega_0}{2v_2\omega_0 + (1 + \omega_0^2)(\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2)} < 0 \quad (3.13)$$

$$b_{11} = \frac{\varepsilon_1^{(0)}(\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2^{(0)})}{4[(1 + \omega_0^2)(\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2) + 2\omega_0 v_2]} > 0 \quad (3.14)$$

Здесь $\varepsilon_2 < 0$; $v_2 > 0$ выражаются формулами (1.2); ω_0 - скорость распрямления в линейно упругой нити, причем $\omega_0 > 0$; $\varepsilon_1^{(0)}$ - деформация в области 1 линейно упругой нити, при $k = 0$ и $\varepsilon_1^{(0)} > 0$ (Рябис, 1966)

Из формулы (3.3), (3.5), (3.12), (3.14) следует, что в области, где вязкоупругая нить растянута (область OB - рис.2) линейно вязкоупругая нить деформируется больше, чем линейная упругая нить. В отличии от упругой задачи скорость сечения вязкоупругой нити

$v > 0$ и является линейной функцией координаты x и равно нулю только в вершине клина.

Формула для напряжения (3.4) в области $0 \leq x < x(t)$ с учетом (3.14) примет вид:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1^{(0)} \left[1 - kt \left(1 - \frac{\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2}{(1 + \omega_0^2)(\varepsilon_1^{(0)} - \varepsilon_2) + 2\omega_0 v_2} \right) \right] \quad (3.15)$$

Также отметим, что формулы (2.4), (3.12), (3.13), (3.15) подсказывают, что скорость фронта расправления в вязкоупругой нити меньше, чем в упругой нити, напряжения в области $0 \leq x < x(t)$ меньше, чем в упругой нити.

Следовательно, «длина» сморщенной области вязкоупругой нити за фронтом волны сильного разрыва больше, чем у линейно упругой нити при сверхзвуковом ударе по ней клином (Муталлимов, 1997).

Из формулы (3.15) также следует, что если разрушающее напряжение σ_{np} вязкоупругой и упругой нити одинаковы, то вязкоупругая нить в точке удара $x = 0$ обрывается сразу в начале момента удара ($t = 0$).

Если разрушающее напряжение вязкоупругой нити меньше, чем в упругой нити, то обрыв вязкоупругой нити в точке удара (Мамедов, 2006) возникает после некоторого момента времени $t = t_p$ (t_p - момент разрушения нити).

С учетом формулы (3.15) $t = t_p$ определяется из следующего уравнения

$$t_p \left(1 - \frac{\sigma_{inp}^0 - \varepsilon_2}{(1 + \omega_0^2)(\sigma_{inp}^0 - \varepsilon_2) + 2\omega_0 v_2} \right) = k^{-1} \left(1 - \frac{\sigma_{inp}}{\sigma_{inp}^u} \right) \quad (3.16)$$

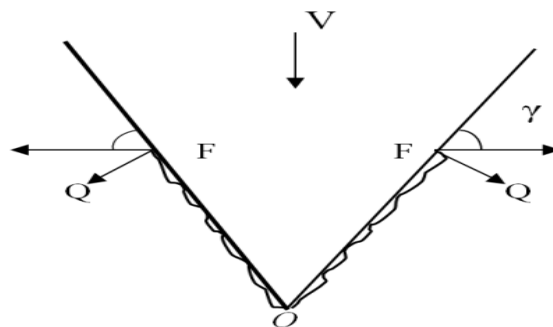
Здесь $\frac{\sigma_{inp}}{\sigma_{inp}^u} < 1$; σ_{inp}^0 - разрешающее напряжение линейно упругой нити, σ_{inp} - разрушающее напряжение вязкоупругой нити.

Следует отметить, что решение задачи с разрушением нити совпадает с решением в области «гармошки» (Муталлимов, 1999) за фронтом волны сильного разрыва нити, т.е. формулы (1.2), (1.3) имеют место всюду в области $0 \leq x \leq Vt \operatorname{ctg} \gamma$ (рис.3).

Рис. 3

Закключение

Скорость границы растяжения-сжатия в линейной вязкоупругой нити меньше скорости границы растяжения-сжатия, образующейся в линейной упругой нити, в результате длина



области сжатия в вязкоупругой нити больше линейно-упругого отклонения.

Если после удара в месте удара (или на ребрах клина) происходит разрыв гибкой вязкоупругой струны и при значениях $\gamma > 2\gamma^*$ струна сокращается вдоль поверхности ударяющего объекта, т. е. в области от точки разрыва до точки перегиба вязкоупругая струна находится в состоянии сокращения. Это показывает, что гибкость ручки не зависит от физических свойств.

Литература

1. Муталлимов, Ш.М. (2001). *Волновая динамика гибких связей*. «Елм».
2. Mutallimov, Sh.M. (2001). *Wave dynamics of the flexible connectivity*. «Elm».
3. Rahmatulin, H.A., Demyanov, Y. A (1961). *Strength on the intensity short-time loads*. Math.
4. Рябис, А.А. (1966). Поперечный удар притупленным телом по гибкой связи при наличии трения. *Вестник МГУ, сер. матем., мех.* №6.
5. Мамедов, Т.Д. (2006). Сморщивание вязкоупругой нити при нормальном ударе клином по ней. *Механика-Машиностроение*, №2, с.24-26.
6. Мамедов, Т.Д. (2009). Об обрыве вязкоупругой нити при поперечном ударе притупленным клином. *Инженерная физика*, №11, с.3-7.
7. Муталлимов, Ш.М. (1997). Об обрыве упругой нити при поперечном ударе клином. *«Прикладная механика»*, т.33, №7, с.79-83.
8. Муталлимов, Ш.М. (1999). Ударь клином по упруго-пластической гибкой нити с учетом давления внешней среды. *Тр. ИММАН Азерб.*, Элм, т.IX, с.144-149.

Поступило: 30.11.2024

Принято: 14.03.2025